

1. Najděte všechna reálná čísla, která vyhovují nerovnici

$$\frac{1}{2x+3} \geq \frac{1}{x-5} .$$

2. V oboru reálných čísel řešte soustavu nerovnic

$$|x-1| < 2, \quad |x+2| \geq 2 .$$

3. V intervalu $(0, 2\pi)$ řešte rovnici

$$\operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos x} + 1 .$$

4. V oboru reálných čísel řešte nerovnici

$$\frac{\ln x}{4-x^2} \geq 0 .$$

5. Načrtněte grafy funkcí

(i) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$;

(ii) $g(x) = -1 + \frac{1}{(x-1)^2}$;

(iii) $h(x) = -\ln|x|$.

Pokud existují průsečíky grafu s osami, popište je.

6. Najděte definiční obor a načrtněte graf funkce

$$f(x) = \sqrt{1 - (\sin 2x)^2} .$$

7. Najděte největší interval, na kterém je funkce $f(x) = x^2 + 2x + 3$ rostoucí. Na tomto intervalu najděte k funkci f funkci inverzní a nakreslete její graf .

8. Najděte parametrické vyjádření přímky v prostoru, která prochází počátkem a je kolmá k rovině, která má rovnici $x + y - 2z + 3 = 0$.

9. Napište obecnou rovnici roviny, která prochází body $A = [-1, 1, -1]$, $B = [0, 0, -2]$ a je rovnoběžná s přímkou p , jejíž parametrické vyjádření je $x = 1 + t$, $y = 2$, $z = 2 + t$, $t \in \mathbb{R}$.

10. Napište obecnou rovnici přímky v rovině, která prochází bodem $A = [2, -1]$ a středem kružnice, jejíž rovnice je $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 11 = 0$.

Pokud byste chtěli řešit (možná) trochu těžší (a tedy asi i „hezčí“) příklady, tak zde si můžete vybrat náhradníky:

1*. Najděte definiční obor funkce $f(x) = \sqrt{\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}$.

2*. Jsou dány množiny $A \subset \mathbb{R}, B \subset \mathbb{R}$: $A = \{a \in \mathbb{R}; |a-1| < 2\}$ a $B = \{b \in \mathbb{R}; |b+2| \geq 2\}$.
Najděte množiny $A \cup B; A \cap B; A \setminus B; B \setminus A; A \times B$.

4*. V oboru reálných čísel řešte nerovnici $\frac{\ln|x|}{4-x^2} \geq 0$.

5*. Načrtněte grafy funkcí

(i) $f(x) = \left| \frac{x+1}{x-2} \right|$; (ii) $g(x) = -|\ln|x||$ nebo $g(x) = \ln(|x|+1)$; (iii) $h(x) = e^{-|x|}$.

Pokud existují průsečíky grafu s osami, popište je.

Nebo, chcete-li, pokuste se odhadnout grafy funkcí

$$f_1(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad \text{a} \quad g_1(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$$

a porovnat je s grafy funkcí

$$f_2(x) = \frac{1}{(x+1)^2} \quad \text{a} \quad g_2(x) = \frac{1}{(x-1)^2}.$$

6*. Najděte definiční obor a načrtněte graf funkce $f(x) = \sqrt{1 - \ln(x^2) + (\ln x)^2}$.

7**. Najděte největší interval, na kterém je k funkce

$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

rostoucí (a tedy prostá). Na tomto intervalu najděte k funkci f inverzní funkci. (Můžete se i pokusit načrtnout grafy f a f^{-1} .)

10**. Najděte bod paraboly $y^2 = 2x$, který je nejbližší bodu $A[1, 4]$.

nebo

10**. Najděte a načrtněte definiční obor funkce $f(x, y) = \ln(\sqrt{y+1} - x)$.
